Quiz #4 – PC 12
Exercices 13 à 16

Nom : Corrigé

Date: _____

/21

1. Prouve l'identité suivante : $\csc x - \dfrac{\cot x}{\sec x} = \sin x$

/3

$$MG = \frac{1}{\sin x} - \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{\frac{1}{\cos x}} \cdot \frac{\sin x \cos x}{\sin x \cos x} = \frac{1}{\sin x} - \frac{\cos^2 x}{\sin x}$$

$$= \frac{1-\cos^2 x}{\sin x}$$

$$= \frac{\sin^2 x}{\sin x} = \sin x = MD$$

2. a) Trouve **toutes** les valeurs non-permises de l'identité suivante : $\dfrac{1}{1+\sin x} = \dfrac{\sec x - \sin x \sec x}{\cos x}$

/3

$1+\sin x \neq 0 \rightarrow \sin x \neq -1$

$x \neq \frac{3\pi}{2}$

$\cos x \neq 0$

$x \neq \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$

$\therefore \boxed{x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}}$

$$\frac{\frac{1}{\cos x} - \sin x \cdot \frac{1}{\cos x}}{\cos x}$$

b) Prouve l'identité dans (a).

/4

Membre de gauche	Membre de droite
$\dfrac{1}{1+\sin x}$	$\dfrac{\frac{1}{\cos x} - \frac{\sin x}{\cos x}}{\cos x} \cdot \dfrac{\cos x}{\cos x}$
	$\dfrac{1-\sin x}{\cos^2 x}$
	$\dfrac{1-\sin x}{1-\sin^2 x}$
	$\dfrac{\cancel{(1-\sin x)}}{(1+\sin x)\cancel{(1-\sin x)}}$
	$\dfrac{1}{1+\sin x}$

3. Détermine la valeur exacte de $\sin\frac{17\pi}{12}$. $\frac{15\pi}{12}+\frac{2\pi}{12}=\frac{5\pi}{4}+\frac{\pi}{6}$

/3

$$\sin\left(\frac{5\pi}{4}+\frac{\pi}{6}\right)=\sin\frac{5\pi}{4}\cos\frac{\pi}{6}+\cos\frac{5\pi}{4}\sin\frac{\pi}{6}$$

$$=\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$=-\frac{\sqrt{6}}{4}-\frac{\sqrt{2}}{4}=\boxed{\frac{-\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}}$$

4. Trouve les valeurs exactes de θ dans l'intervalle $0\le\theta\le2\pi$: $2\cos^2\theta=1+\sin\theta$

/4

$$2(1-\sin^2\theta)=1+\sin\theta$$

$$2-2\sin^2\theta=1+\sin\theta$$

$$0=2\sin^2\theta+\sin\theta-1$$

$$0=(2\sin\theta-1)(\sin\theta+1)$$

$\sin\theta=\frac{1}{2}$ $\qquad$ $\sin\theta=-1$

$\boxed{\theta=\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}}$ $\qquad$ $\boxed{\theta=\frac{3\pi}{2}}$

5. Si $\cos\alpha=\frac{-3}{4}$ et $\sin\beta=\frac{12}{13}$, trouve la valeur exacte de $\sin(\alpha-\beta)$ si les points $P(\alpha)$ et $P(\beta)$ ne sont pas dans le deuxième quadrant.

/4

$\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha$

$\sin^2\alpha=1-\left(-\frac{3}{4}\right)^2$

$\sin^2\alpha=1-\frac{9}{16}$

$\sin^2\alpha=\frac{16}{16}-\frac{9}{16}$

$\sin^2\alpha=\frac{7}{16}$

$\sin\alpha=\pm\frac{\sqrt{7}}{4}$

$\cos\alpha$ ⊖

X	
	✓

$\therefore\sin\alpha=-\frac{\sqrt{7}}{4}$

$\cos^2\beta=1-\sin^2\beta$

$\cos^2\beta=1-\left(\frac{12}{13}\right)^2$

$\cos^2\beta=1-\frac{144}{169}$

$\cos^2\beta=\frac{169}{169}-\frac{144}{169}$

$\cos^2\beta=\frac{25}{169}$

$\cos\beta=\pm\frac{5}{13}$

X	✓

$\therefore\cos\beta=\frac{5}{13}$

$\sin\beta$ ⊕

$\sin(\alpha-\beta)=$

$\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$

$=\left(-\frac{\sqrt{7}}{4}\right)\left(\frac{5}{13}\right)-\left(\frac{-3}{4}\right)\left(\frac{12}{13}\right)$

$=-\frac{5\sqrt{7}}{52}+\frac{36}{52}$

$=\boxed{\frac{36-5\sqrt{7}}{52}}$